Пример выполнения лабораторной работы № 2.

Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

В качестве примера решим систему линейных уравнений с четырьмя неизвестными.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 - 3x_4 = -7 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -11 \end{cases}$$

Во-первых, запишем в диапазон G4:J7 матрицу коэффициентов и в диапазон L4:L7 свободные члены (рис. 9.1).

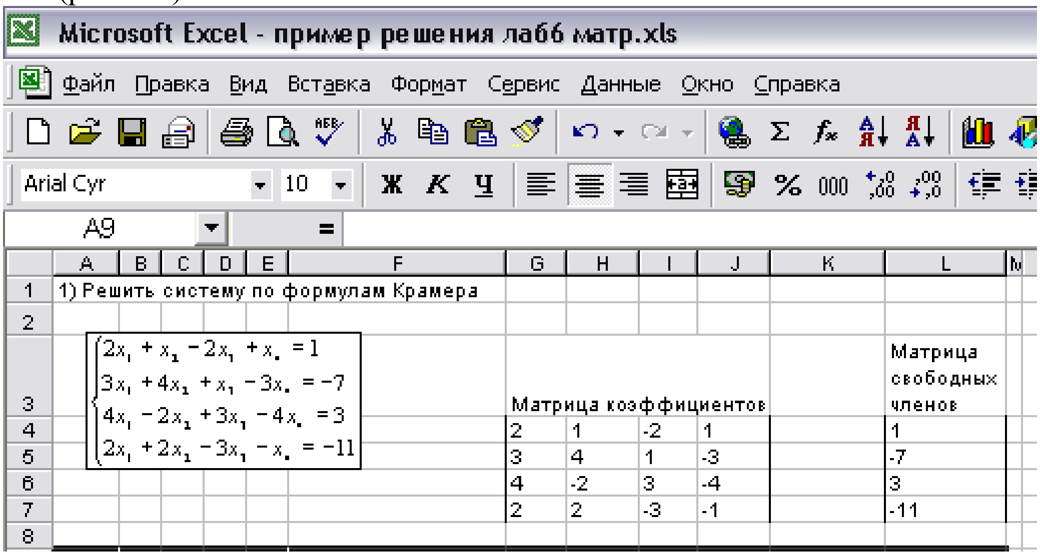


Рис.9.1. Запись исходных данных.

По формулам Крамера неизвестные находятся по следующим формулам:

$$x_1 = \Delta_{x1} / \Delta, \; x_2 = \Delta_{x2} / \Delta, \; x_3 = \Delta_{x3} / \Delta, \; x_4 = \Delta_{x4} / \Delta.$$

Следовательно, перед тем как найти x_1, x_2, x_3, x_4 необходимо найти $\Delta, \Delta_{x1}, \Delta_{x2}, \Delta_{x3}, \Delta_{x4}$:

1. Найдем Δ – определитель матрицы коэффициентов. Для этого с помощью **Специальной вставки** скопируем матрицу из диапазона G4:J7 в диапазон B9:E12. В ячейку F10 введем формулу =МОПРЕД(B9:E12). Для того, чтобы можно было видеть правильность формулы необходимо зайти в меню **Сервис**, вызвать команду **Параметры** и на закладке **Вид** установить флажок **Формулы**, тогда в ячейках вместо числовых значений будут отображаться формулы. Чтобы было одновременно видно и формулы и значения, копируем ячейку F10 и с помощью **Специальной вставки** в ячейку G10 вставляем только значение.

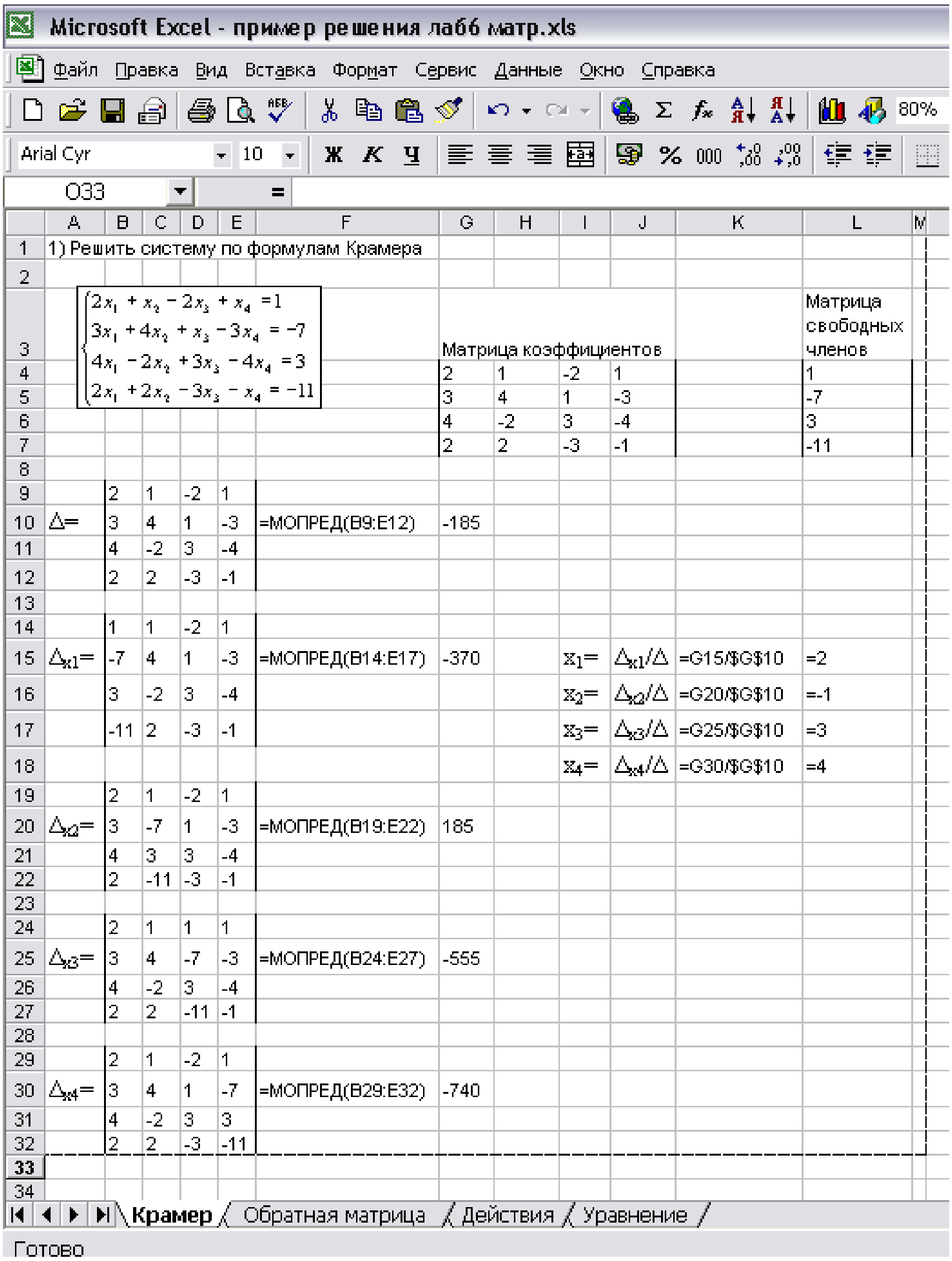
2. Аналогично находим определители $\Delta_{x1}, \Delta_{x2}, \Delta_{x3}, \Delta_{x4}$ поочередно заменяя с помощью **Специальной вставки** столбец соответствующих *x*-ов столбцом свободных членов.

3. Далее находим x_1, x_2, x_3, x_4.

Ответ: $x_1 = 2, x_2 = -1, x_3 = 3, x_4 = 4$

Результат решения приведен на рис. 9.2.

Лабораторная работа № 2


Microsoft Excel - пример решения лаб6 матр.xls

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Arial Cyr 10 80%

O33 =

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	1) Решить систему по формулам Крамера											
2												
3	$\begin{cases} 2x_1+x_2-2x_3+x_4=1 \\ 3x_1+4x_2+x_3-3x_4=-7 \\ 4x_1-2x_2+3x_3-4x_4=3 \\ 2x_1+2x_2-3x_3-x_4=-11 \end{cases}$						Матрица коэффициентов					Матрица свободных членов
4							2	1	-2	1		1
5							3	4	1	-3		-7
6							4	-2	3	-4		3
7							2	2	-3	-1		-11
8												
9		2	1	-2	1							
10	Δ=	3	4	1	-3	=МОПРЕД(B9:E12)	-185					
11		4	-2	3	-4							
12		2	2	-3	-1							
13												
14		1	1	-2	1							
15	Δ_{x1}=	-7	4	1	-3	=МОПРЕД(B14:E17)	-370		x_1=	Δ_{x1}/Δ	=G15/$G$10	=2
16		3	-2	3	-4				x_2=	Δ_{x2}/Δ	=G20/$G$10	=-1
17		-11	2	-3	-1				x_3=	Δ_{x3}/Δ	=G25/$G$10	=3
18									x_4=	Δ_{x4}/Δ	=G30/$G$10	=4
19		2	1	-2	1							
20	Δ_{x2}=	3	-7	1	-3	=МОПРЕД(B19:E22)	185					
21		4	3	3	-4							
22		2	-11	-3	-1							
23												
24		2	1	1	1							
25	Δ_{x3}=	3	4	-7	-3	=МОПРЕД(B24:E27)	-555					
26		4	-2	3	-4							
27		2	2	-11	-1							
28												
29		2	1	-2	1							
30	Δ_{x4}=	3	4	1	-7	=МОПРЕД(B29:E32)	-740					
31		4	-2	3	3							
32		2	2	-3	-11							
33												
34												

Крамер / Обратная матрица / Действия / Уравнение

Готово

Рис.9.2. Решения системы линейных уравнений по формулам Крамера.

Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.

Решим в качестве примера систему линейных уравнений с тремя неизвестными.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 1 \end{cases}$$

Матрица коэффициентов записана в диапазон J3:L5, а свободные члены в – N3:N5.

Запишем уравнение линейной системы: $A*X=B$, где

A – матрица коэффициентов;

B – столбец свободных членов;

X – столбец неизвестных.

Решение имеет вид $X=A^{-1}*B$, где

A^{-1} – матрица, обратная к A.

Итак, для решения системы уравнений:

1. Выберем тот диапазон, в который будет введена матрица A^{-1}. Например, D8:D10.
2. Введем формулу =МОБР(J3:L5) как показано на рис. 9.3.

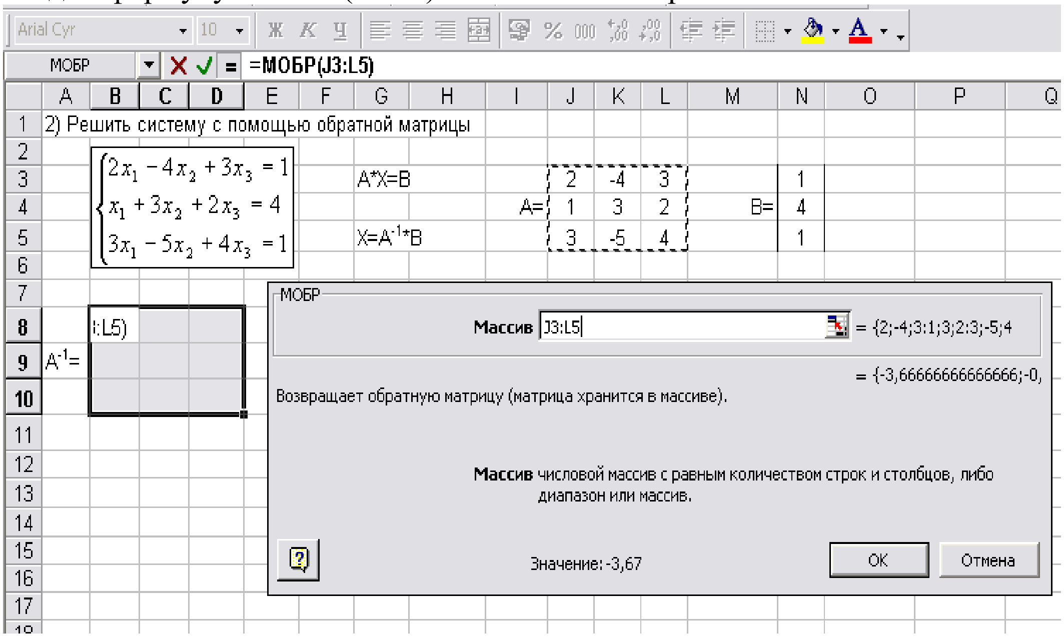


Рис.9.3. Нахождение обратной матрицы.

3. Завершаем ввод формулы нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<Shift>+<Enter>.

4. Теперь необходимо найти вектор *X*. Для этого необходимо выделить диапазон I8:I10, в который он и будет введен. Далее необходимо умножить матрицу A^{-1} на матрицу *B*. Для этого воспользуемся формулой =МУМНОЖ(B8:D10;N3:N5). Затем завершаем ввод формулы нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<Shift>+<Enter>.

Ответ: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.5 \\ 0.5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Решение системы линейных уравнений представлено на рис. 9.4.

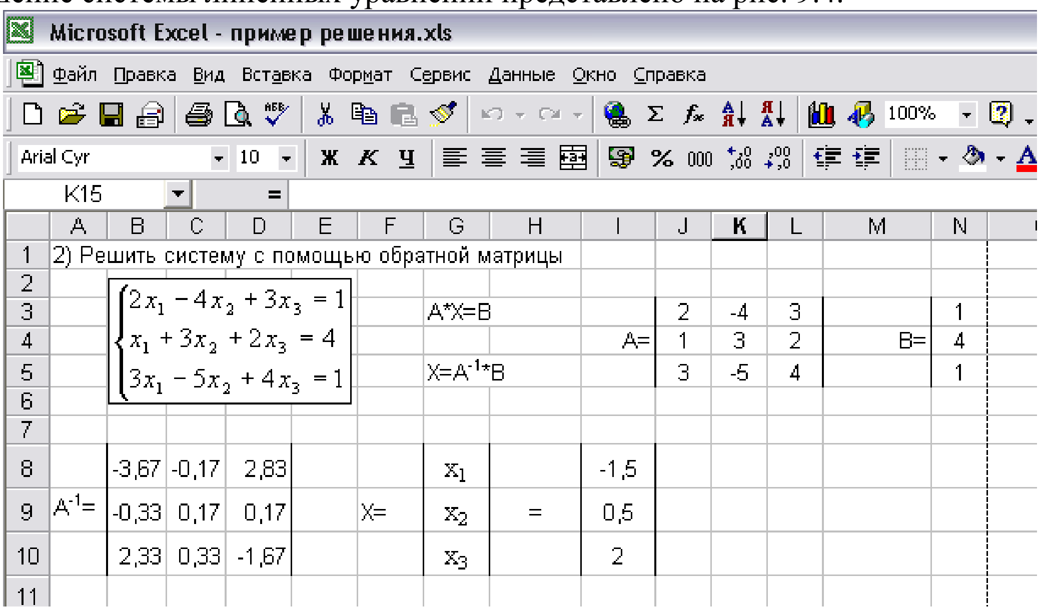


Рис.9.4. Решение системы нелинейных уравнений с помощью обратной матрицы.

Лабораторная работа № 2

Выполнение действий над матрицами.

Выполнение действий над матрицами рассмотрим на примере выражения *(3A+B)(2A-B)*, где

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 2 & -3\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 2 & 1\\ -1 & 3 & 1\end{pmatrix}.$$

1. Введем матрицу *A* в диапазон B5:D7, а матрицу *B* – G5:I7.

2. Выполнять действия над матрицами буде поэтапно. Сначала выполним *3A+B*. Для этого выделяем диапазон C9:E11, отведенный для матрицы *3A+B* и введем формулу =3*B5:D7+G5:I7.(Рис. 9.5.)

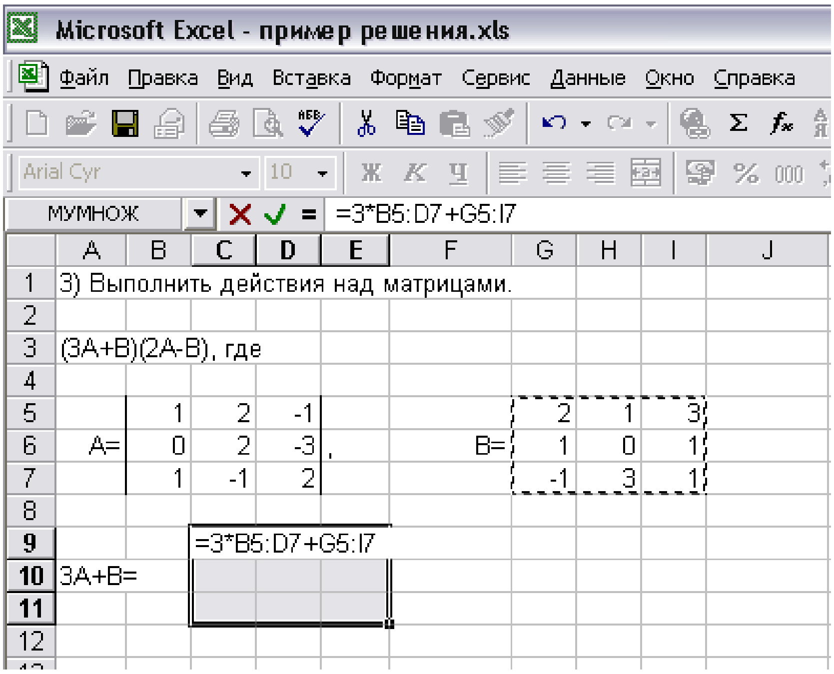
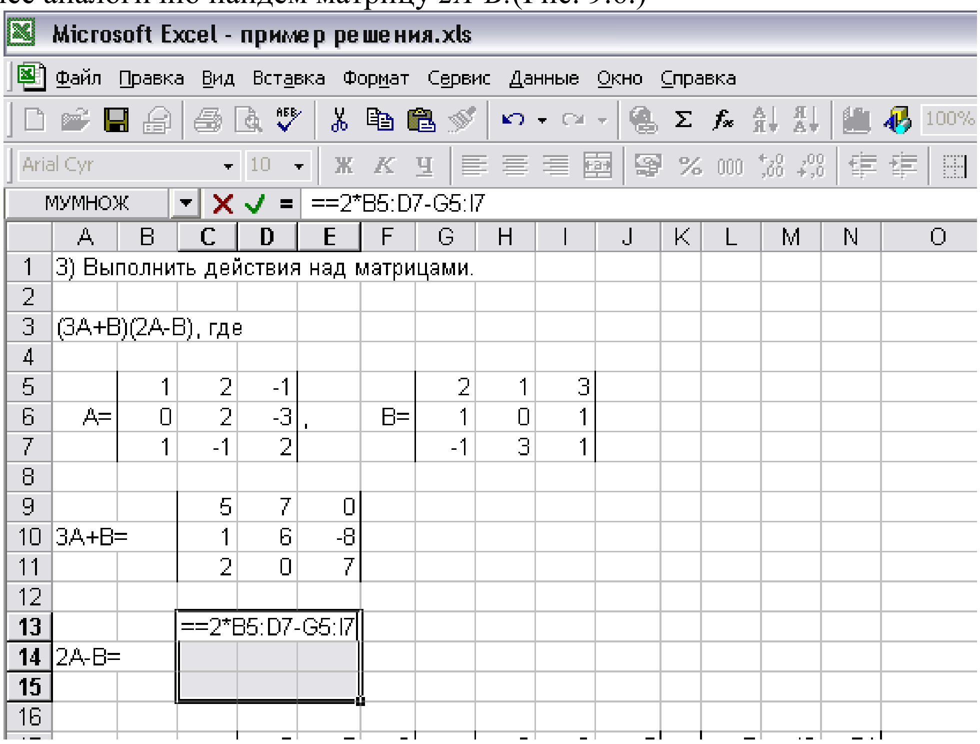


Рис.9.5. Нахождение матрицы *3A+B*.

3. Далее аналогично найдем матрицу *2A-B*.(Рис. 9.6.)



Лабораторная работа № 2

Рис.9.6. Нахождение матрицы 2А-В.

4. Находим произведение матриц как показано на рис. 9.7.

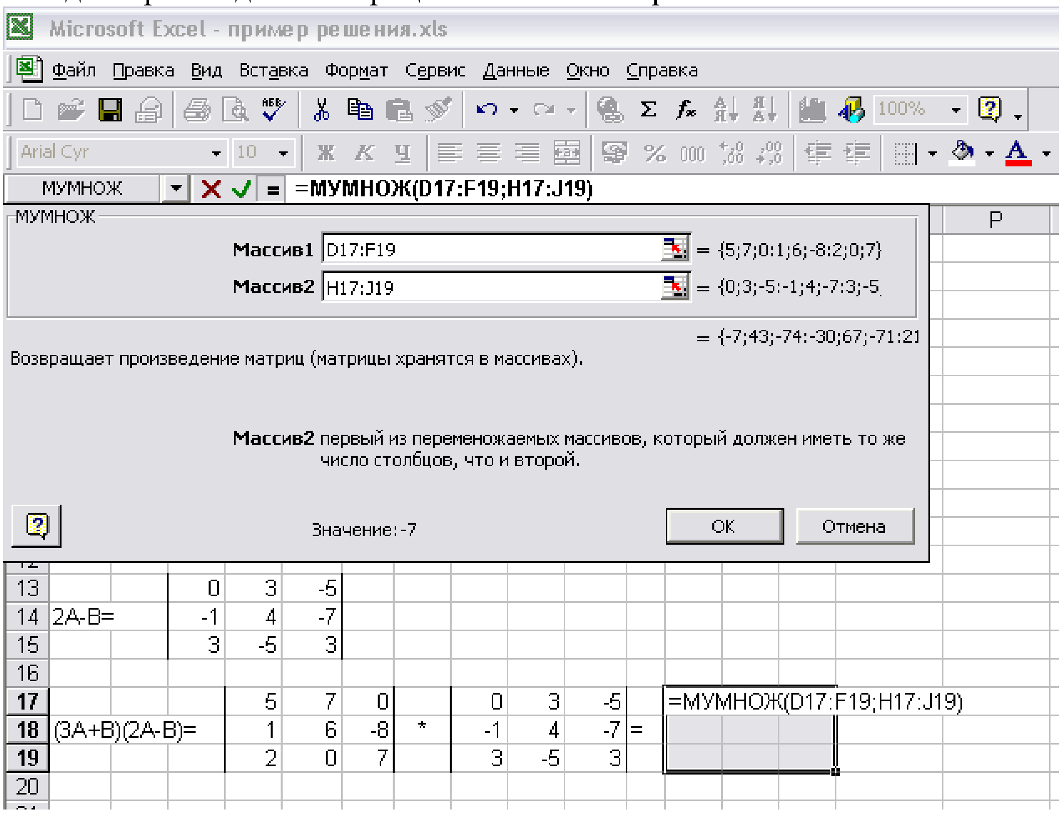
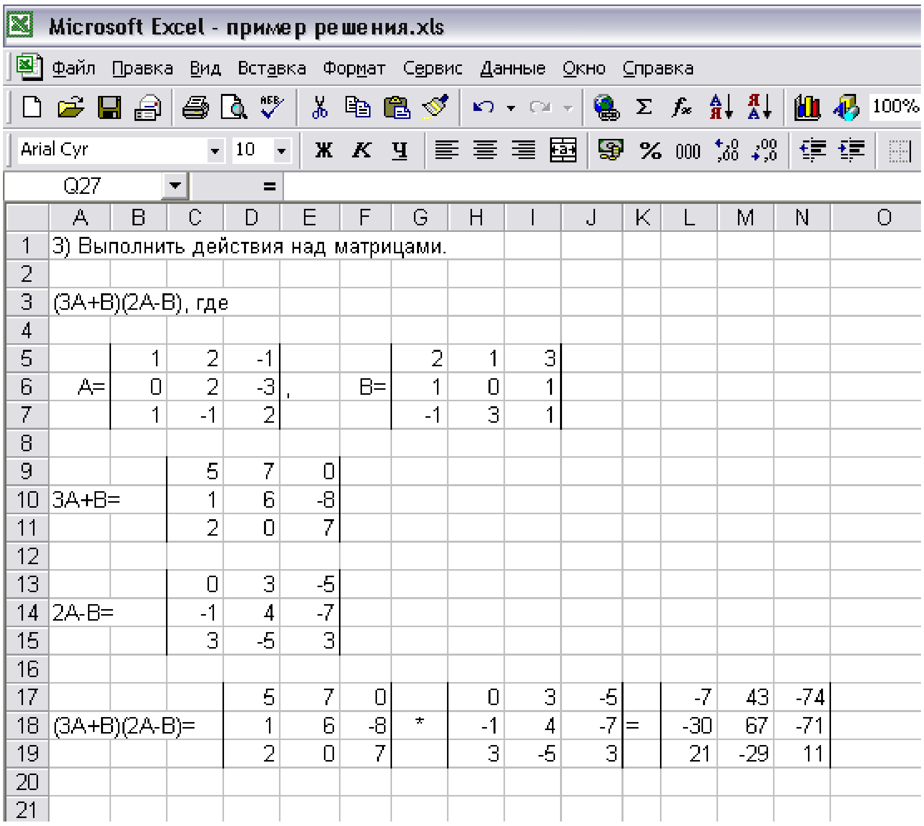


Рис.9.7. Умножение матриц.

Ответ: $\begin{pmatrix} -7 & 43 & -74 \\ -30 & 67 & -71 \\ 21 & -29 & 11 \end{pmatrix}$.

Результат представлен на рис. 9.8.

Лабораторная работа № 2



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	3) Выполнить действия над матрицами.														
2															
3	(3A+B)(2A-B), где														
4															
5		1	2	-1			2	1	3						
6	A=	0	2	-3	,	B=	1	0	1						
7		1	-1	2			-1	3	1						
8															
9			5	7	0										
10	3A+B=		1	6	-8										
11			2	0	7										
12															
13			0	3	-5										
14	2A-B=		-1	4	-7										
15			3	-5	3										
16															
17				5	7	0		0	3	-5		-7	43	-74	
18	(3A+B)(2A-B)=			1	6	-8	*	-1	4	-7	=	-30	67	-71	
19				2	0	7		3	-5	3		21	-29	11	
20															
21															

Рис.9. 8. Выполнение действий над матрицами.

Решение уравнений с матрицами.

Рассмотрим на примере уравнения

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 13 & -4 & 6 \\ 2 & -4 & 2 \\ -2 & 5 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решить это уравнение можно с помощью обратной матрицы.

А можно упростить решение:

1. Выделяем диапазон B9:D11.И вводим формулу =МУМНОЖ(МОБР(B3:D5);H3:J5). Завершаем ввод нажатием комбинации клавиш <Ctrl>+<Shift>+<Enter>. Результат приведен на рис. 9.10.

Ответ: $X = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

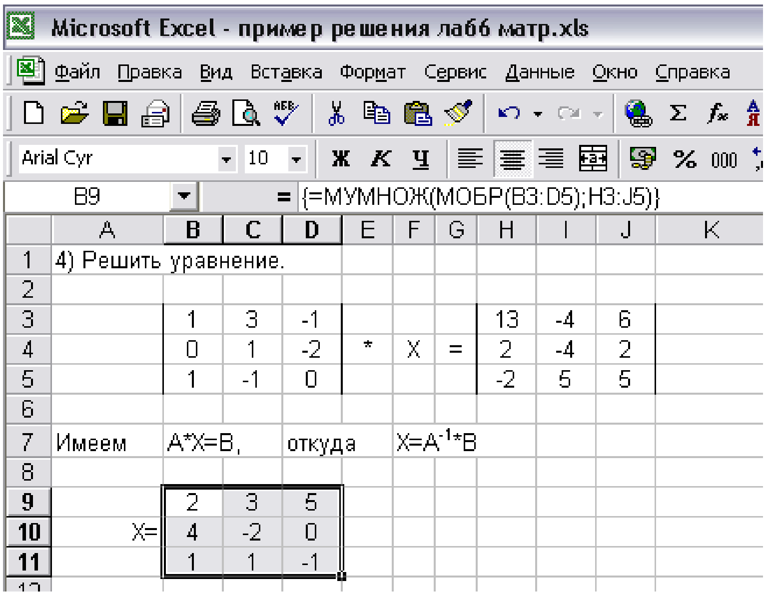


Рис.9. 10. Решение уравнения.