Лабораторная работа № 3

Пример выполнения лабораторной работы № 5.

10.1. Построение криволинейной трапеции, соответствующей интегралу $I = \int_{1.3}^{2.5} \frac{dx}{\sqrt{0.2x^2+1}}$.

Определенный интеграл $I = \int_a^b f(x)dx$ численно равен площади криволинейной трапеции – фигуры, ограниченной графиком функции *y=f(x)* , отрезком оси абсцисс [a,b], прямой x=a и прямой x=b.

Для построения криволинейной трапеции необходимо построить графики функций *y=f(x)* (подынтегральная функция), *x=a*, *x=b*.

График функции

$$\frac{1}{\sqrt{0.2x^2+1}}$$

x	*y*
0	1
0,2	0,996024
0,4	0,984374
0,6	0,965834
0,8	0,941554
1	0,912871
1,2	0,881134
1,4	0,847579
1,6	0,81325
1,8	0,778971
2	0,745356
2,2	0,712832
2,4	0,681677
2,6	0,652051
2,8	0,624026
3	0,597614
3,2	0,572786
3,4	0,549484
3,6	0,527633

График функции

x=1,3

x	*y*
1,3	0
1,3	0,2
1,3	0,4
1,3	0,6
1,3	0,8
1,3	1
1,3	1,2
1,3	1,4
1,3	1,6
1,3	1,8

График функции

x=2,5

x	*y*
2,5	0
2,5	0,2
2,5	0,4
2,5	0,6
2,5	0,8
2,5	1
2,5	1,2
2,5	1,4
2,5	1,6
2,5	1,8

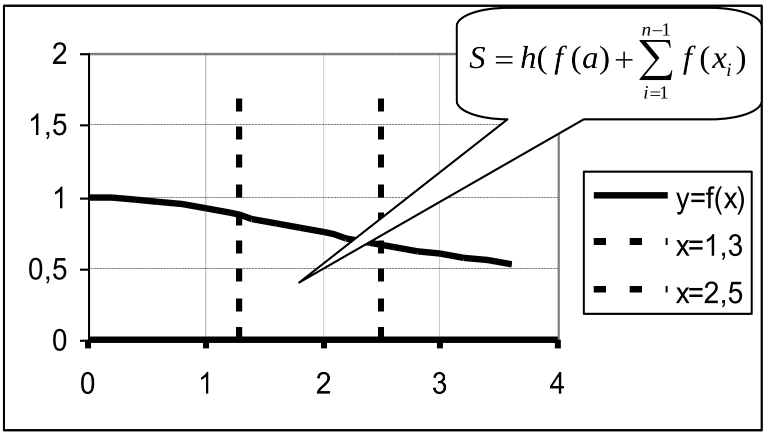

Рис.10.1

10.2.1 Вычисление интеграла методом левых прямоугольников.

Вычислим приближенное значение интеграла $I = \int_{1.3}^{2.5} \frac{dx}{\sqrt{0.2x^2+1}}$

Формула левых прямоугольников для нахождения приближенного значения определенного интеграла: $S = h(f(a) + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i))$.

Количество точек разбиения отрезка [a,b] n=10. Разобьем интервал интегрирования [a,b] на n равных частей длиной $h = \frac{b-a}{n}$; h называют *шагом интегрирования*.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	***a***	***b***	***n***	***h=(b-a)/n***			
3	1,3	2,5	10	0,12			

=(B3-A3)/C3

Получим точки x_0=a, x_1, x_2, …, x_{n-1}, x_n=b, их называют *узлами интегрирования*.

G9 =$D$3*СУММ(D6:D15)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	***a***	***b***	***n***	***h=(b-a)/n***				
3	1,3	2,5	10	0,12				
4								
5		***x***		***y***				
6	*a=x0=*	1,3	*f(a)=f(x0)=*	0,864513826				
7	*x1=*	1,42	*f(x1)=*	0,844165953				
8	*x2=*	1,54	*f(x2)=*	0,823576833				
9	*x3=*	1,66	*f(x3)=*	0,802929291		***S=***	0,9278613	
10	*x4=*	1,78	*f(x4)=*	0,782377773				
11	*x5=*	1,9	*f(x5)=*	0,762049928				
12	*x6=*	2,02	*f(x6)=*	0,742048877				
13	*x7=*	2,14	*f(x7)=*	0,722455854				
14	*x8=*	2,26	*f(x8)=*	0,703332974				
15	*x9=*	2,38	*f(x9)=*	0,684725953				
16	*b=x10=*	2,5	*f(b)=f(x10)=*	0,666666667				

$= \frac{1}{\sqrt{0.2x^2+1}}$

Лабораторная работа № 3

10.2.2 Вычисление интеграла методом правых прямоугольников.

Аналогично п. 10.2.1 вычислим приближенное значение интеграла $I = \int_{1.3}^{2.5} \frac{dx}{\sqrt{0.2x^2 + 1}}$ методом правых прямоугольников $I \approx 0{,}9041196$.

10.2.3 Вычисление интеграла методом трапеций.

Аналогично п. 10.2.1 вычислим приближенное значение интеграла $I = \int_{1.3}^{2.5} \frac{dx}{\sqrt{0.2x^2 + 1}}$ методом трапеций $I \approx 0{,}9159904$

Лабораторная работа № 3

10.2.4 Вычисление интеграла методом Симпсона.

Формула Симпсона для нахождения приближенного значения определенного интеграла: $S=\frac{h}{3}\left(f(a)+f(b)+2\{f(x_2)+f(x_4)+...+f(x_{2n-2})\}+4\{f(x_1)+f(x_3)+...+f(x_{2n-1})\}\right)$.

Количество точек разбиения отрезка [a,b] 2n=20. Разобьем интервал интегрирования [a,b] на 2n равных частей длиной $h=\frac{b-a}{2n}$

F14 =J3/3*(D2+D22+СУММ(D3:D21))

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	i	x_i	y_i							
2	0	1,3	0,86451383	0,864513826		a	b	n	2n	h=(b-a)/n
3	1	1,36	0,8543826	3,417530414		1,3	2,5	10	20	0,06
4	2	1,42	0,84416595	1,688331906						
5	3	1,48	0,83388945	3,33555778						
6	4	1,54	0,82357683	1,647153666						
7	5	1,6	0,81325006	3,253000243						
8	6	1,66	0,80292929	1,605858581						
9	7	1,72	0,79263295	3,170531787						
10	8	1,78	0,78237777	1,564755546						
11	9	1,84	0,7721789	3,088715605						
12	10	1,9	0,76204993	1,524099856						
13	11	1,96	0,752003	3,008011982						
14	12	2,02	0,74204888	1,484097754	S=	0,915967				
15	13	2,08	0,73219706	2,928788257						
16	14	2,14	0,72245585	1,444911708						
17	15	2,2	0,71283244	2,851329743						
18	16	2,26	0,70333297	1,406665948						
19	17	2,32	0,69396269	2,775850772						
20	18	2,38	0,68472595	1,369451906						
21	19	2,44	0,67562633	2,702505303						
22	20	2,5	0,66666667	0,666666667						

B3 =B2+$J$3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	i	x_i	y_i							
2	0	1,3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B2^2+1)	=1/КОРЕНЬ(0,2*B2^2+1)		a	b	n	2n	h=(b-a)/n
3	1	=B2+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B3^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A3;2)=1;4*C3;2*C3)		1,3	2,5	10	20	=(G3-F3)/I3
4	2	=B3+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B4^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A4;2)=1;4*C4;2*C4)						
5	3	=B4+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B5^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A5;2)=1;4*C5;2*C5)						
6	4	=B5+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B6^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A6;2)=1;4*C6;2*C6)						
7	5	=B6+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B7^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A7;2)=1;4*C7;2*C7)						
8	6	=B7+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B8^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A8;2)=1;4*C8;2*C8)						
9	7	=B8+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B9^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A9;2)=1;4*C9;2*C9)						
10	8	=B9+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B10^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A10;2)=1;4*C10;2*C10)						
11	9	=B10+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B11^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A11;2)=1;4*C11;2*C11)						
12	10	=B11+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B12^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A12;2)=1;4*C12;2*C12)						
13	11	=B12+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B13^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A13;2)=1;4*C13;2*C13)						
14	12	=B13+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B14^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A14;2)=1;4*C14;2*C14)	S	=J3/3*(D2+D22+СУММ(D3:D21))				
15	13	=B14+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B15^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A15;2)=1;4*C15;2*C15)						
16	14	=B15+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B16^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A16;2)=1;4*C16;2*C16)						
17	15	=B16+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B17^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A17;2)=1;4*C17;2*C17)						
18	16	=B17+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B18^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A18;2)=1;4*C18;2*C18)						
19	17	=B18+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B19^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A19;2)=1;4*C19;2*C19)						
20	18	=B19+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B20^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A20;2)=1;4*C20;2*C20)						
21	19	=B20+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B21^2+1)	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A21;2)=1;4*C21;2*C21)						
22	20	=B21+$J$3	=1/КОРЕНЬ(0,2*B22^2+1)	=1/КОРЕНЬ(0,2*B22^2+1)						

Приближенное значение интеграла по формуле Симпсона $I=\int_{1.3}^{2.5}\frac{dx}{\sqrt{0.2x^2+1}}\approx 0{,}915967$