

Лабораторная работа № 6

Тема: Нейронная сеть Хопфилда

1 Цель работы

Изучение топологии, алгоритма функционирования сети Хопфилда.

2 Теоретические сведения

Сеть Хопфилда – однослойная, симметричная, нелинейная нейронная сеть, которая запоминает бинарные образы. Сеть характеризуется наличием обратных связей. Топология сети Хопфилда показана на рис. 1.

Рассмотрим однослойную сеть с обратными связями, состоящую из n входов и n нейронов (рис. 1). Каждый вход связан со всеми нейронами. Так как выходы сети заново подаются на входы, то y_i – это значение i -го выхода, который на следующем этапе функционирования сети становится i -м входом.

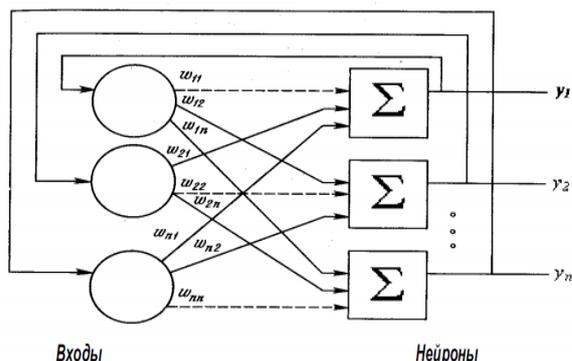


Рис. 1. Модель сети Хопфилда

Задача, решаемая данной сетью в качестве ассоциативной памяти, формулируется следующим образом. Известен некоторый набор двоичных сигналов (изображений, звуковых оцифровок, прочих данных, описывающих некие объекты или характеристики процессов), которые считаются образцовыми. Сеть должна уметь из произвольного неидеального сигнала, поданного на ее вход, выделить ("вспомнить" по частичной информации) соответствующий образец или "дать заключение" о том, что входные данные не соответствуют ни одному из образцов. В общем случае, любой сигнал может быть описан вектором $\mathbf{X} = \{x_i\}$, где $i=1..n$, n – число нейронов в сети и размерность входных и выходных векторов. Каждый элемент x_i равен либо $+1$, либо -1 . Обозначим вектор, описывающий k -ый образец, через \mathbf{X}^k , а его компоненты, соответственно, – x_i^k , $k=1..m$, m – число образцов. Когда сеть распознаёт (или "вспомнит") какой-либо образец на основе предъявленных ей данных, ее выходы будут содержать именно его, то есть $\mathbf{Y} = \mathbf{X}^k$, где \mathbf{Y} – вектор выходных значений сети: $\mathbf{Y} = \{y_j\}$, где $j=1, \dots, n$. В противном случае, выходной вектор не совпадет ни с одним образцовым.

Если, например, сигналы представляют собой некие изображения, то, отобразив в графическом виде данные с выхода сети, можно будет увидеть картинку, полностью совпадающую с одной из образцовых (в случае успеха) или же "вольную импровизацию" сети (в случае неудачи).

В работе сети выделяют 3 фазы:

1. инициализация
2. ввод входного образа
3. вычисление состояния нейронов

1. Инициализация

На стадии *инициализации* сети весовые коэффициенты синапсов устанавливаются следующим образом:

$$w_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1}^m x_i^k x_j^k, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases} \quad \text{для } i, j = \overline{1, n} \quad (1)$$

Здесь i и j – индексы, соответственно, предсинаптического и постсинаптического нейронов; x_i^k, x_j^k – i -ый и j -ый элементы вектора k -ого образца.

w_{ij} – вес связи от i -го нейрона к j -му;

n – количество нейронов в сети;

m – количество образов, используемых для обучения сети;

$$W = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Матрица весовых коэффициентов симметричная ($w_{ij}=w_{ji}$) с нулевой главной диагональю ($w_{ii}=0$). Последнее условие соответствует отсутствию обратной связи нейронного элемента на себя.

2. ввод входного образа

Фактически осуществляется непосредственной установкой компонент выходных сигналов:

$$y_i^0 = x_i, \quad i = 1 \dots n, \quad (2)$$

поэтому обозначение на схеме сети входных синапсов в явном виде носит чисто условный характер.

Ноль справа от y_i означает нулевую итерацию в цикле работы сети.

3. Рассчитывается новое состояние нейронов

Здесь $S_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n y_i^N w_{ij}$; y_j^N – значение выхода j -го нейрона на предыдущем N этапе

функционирования сети, N обозначает итерацию, Θ_j – пороговое значение j -го нейрона=0.

$$y_j^{N+1} = f(S_j) = f\left(\sum_{i=1}^n w_{ij} y_i^N\right), \quad (3)$$

f – бинарная / биполярная функция активации;

$$f^{N+1}(S_j) = \begin{cases} -1, S_j < 0 \\ 1, S_j > 0 \\ y_j^N, S_j = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Проверка, изменились ли выходные значения аксонов за последнюю итерацию. Если да – переход к пункту 3, иначе (если выходы застabilizировались) – конец. При этом выходной вектор представляет собой образец, наилучшим образом сочетающийся с входными данными.

4. Примечание

Во время воспроизведения исходным вектором Y^0 является некоторый тестовый образ, не совпадающий с образами из обучающей выборки. В процессе функционирования по формуле (4) сеть должна прийти в состояние, соответствующее образу из обучающей выборки, наиболее похожему на тестовый.

Максимальное количество образов, которое можно запомнить в матрице W , не превышает

$$m = \frac{n}{2 \ln n + \ln \ln n}, \quad (5)$$

где n – количество нейронов, что следует отнести к недостаткам этой сети.

3 Задание

- 1 Напишите программу, реализующую нейронную сеть Хопфилда.
- 2 Произведите обучение сети Хопфилда на заданный тип образов. Для запоминания в соответствии с вариантом подать по 3 идеальных образа на каждый класс (бинарные изображения размером 10×10).
- 3 Подайте на вход сети ряд тестовых образов, в которые внесено зашумление (процент зашумления образа – 10, 20, 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100%). Тестовых образов должно быть не менее 10 для каждого из классов с одним и тем же процентом зашумления.
- 4 Проанализируйте результаты и выясните, при каком проценте зашумления тестовые образы распознаются верно.
- 5 Напишите отчет.

Содержание отчета:

- топология сети Хопфилда;
- описание алгоритма работы сети;
- идеальные образы;
- искаженные образы (процент зашумления образа – 10, 20, 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100%);

- результаты распознавания, статистика;
- выводы.

Таблица 1

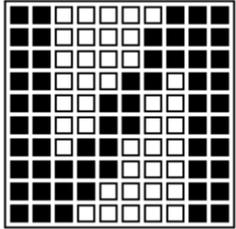
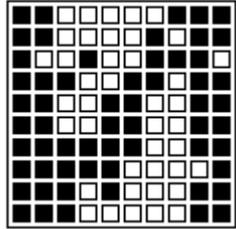
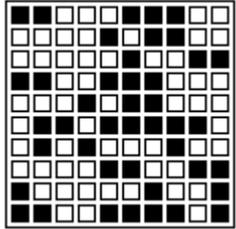
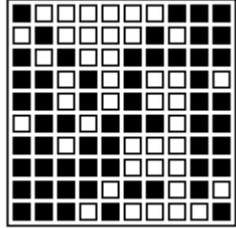
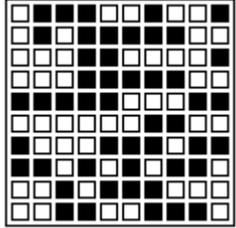
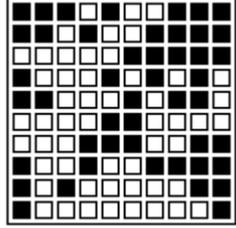
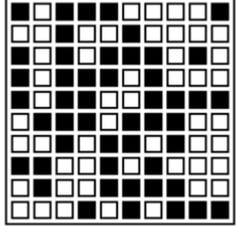
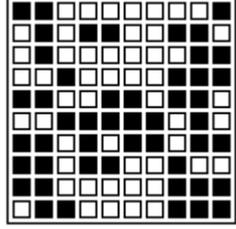
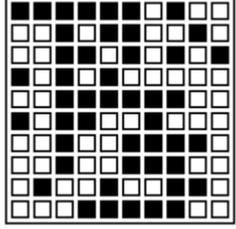
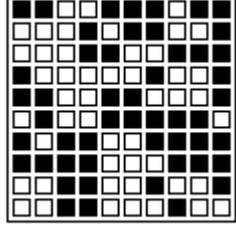
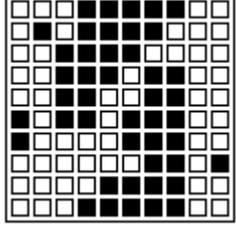
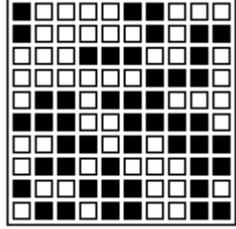
Варианты задания

№ варианта	1-й класс	2-й класс	3-й класс	4-й класс
1	2	3	4	5
2	N	F	I	P
3	∧	∨	⊃	⊂
4	⊗	⊕	×	÷
5	≤	≥	≠	≡
6	L	U	T	O
7	→	↙	←	↓
8	∩	∪	⊃	⊂
9	∅	®	©	⊗
10	♣	♦	♥	♠
11	☺	☹	☹	☹
12	⑦	⊖	⊗	Δ
13	⊗	☑	⊗	⊕
14	†	⊗	☆	⊗
15	♠	♠	⊕	★

4. Контрольные вопросы

1. Топология сети Хопфилда.
2. Обучение сети Хопфилда.
3. Процесс воспроизведения информации в сети Хопфилда.
4. Зависимость максимального количества образов, запоминаемых сетью, от ее размера.
5. В чем причина некорректной работы при запоминании подобных образов?
6. Варианты использования сети Хопфилда.

Пример задания тестируемого и искаженных образов

Тестируемый образ	Зашумление образа, %	Вид искаженного образа	Зашумление образа, %	Вид искаженного образа
	10		50	
	20		60	
	30		70	
	35		80	
	40		90	
	45		100	