



Кубок К.В.Кошкина - 2020

11 октября 2020





НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
КОРАБЛЕБУДУВАННЯ
ІМЕНІ АДМІРАЛА МАКАРОВА

А. Приемная комиссия

СЕРЕД МИКОЛАЇВСЬКИХ ВИШІВ
НАЙБІЛЬША КІЛЬКІСТЬ
БЮДЖЕТНИХ МІСЦЬ У
НУК ІМЕНІ АДМІРАЛА МАКАРОВА

А. Приемная комиссия

Входные данные:

- Сначала каждому абитуриенту нужно провести a_i времени у одного из m сотрудников.
- Известно, что абитуриент приходит в приемную комиссию во время t_i .
- После сотрудника, абитуриенту нужно провести b_i времени у ответственного секретаря.
- Есть 2 очереди — одна к сотрудникам и одна к ответственному секретарю.
- Первый абитуриент из первой очереди идёт к первому освободившемуся сотруднику.
- Нужно для каждого абитуриента сказать, в какое время он выйдет из приемной комиссии.

А. Приемная комиссия

Первая очередь

- Первым для каждого абитуриента делом узнаем время, в которое он встанет во вторую очередь.

А. Приемная комиссия

Первая очередь

- Первым для каждого абитуриента делом узнаем время, в которое он встанет во вторую очередь.
- Будем обрабатывать абитуриентов последовательно, по времени прихода

А. Приемная комиссия

Первая очередь

- Первым для каждого абитуриента делом узнаем время, в которое он встанет во вторую очередь.
- Будем обрабатывать абитуриентов последовательно, по времени прихода
- Пусть сейчас обрабатываем абитуриента под номером i .

А. Приемная комиссия

Первая очередь

- Первым для каждого абитуриента делом узнаем время, в которое он встанет во вторую очередь.
- Будем обрабатывать абитуриентов последовательно, по времени прихода
- Пусть сейчас обрабатываем абитуриента под номером i .
- Найдём того сотрудника, который свободен или у которого находится абитуриент, с минимальным временем перехода во вторую очередь. Пусть это время равно t .

А. Приемная комиссия

Первая очередь

- Первым для каждого абитуриента делом узнаем время, в которое он встанет во вторую очередь.
- Будем обрабатывать абитуриентов последовательно, по времени прихода
- Пусть сейчас обрабатываем абитуриента под номером i .
- Найдём того сотрудника, который свободен или у которого находится абитуриент, с минимальным временем перехода во вторую очередь. Пусть это время равно t .
- Отправим i -го абитуриента к выбранному сотруднику. А время его перехода во вторую очередь равно $t_2 = \max\{t, t_i\} + a_i$

А. Приемная комиссия

Вторая очередь

- Отсортируем абитуриентов по времени прихода во вторую очередь. Чтобы не потерять входные номера абитуриентов нам нужно их отсортировать «вместе» с абитуриентами

А. Приемная комиссия

Вторая очередь

- Отсортируем абитуриентов по времени прихода во вторую очередь. Чтобы не потерять входные номера абитуриентов нам нужно их отсортировать «вместе» с абитуриентами
- Аналогично первой очереди обрабатываем абитуриентов последовательно.
- Возьмём i -го абитуриента из очереди, а его номер будет равен ind_i

$$\begin{cases} ans_{ind_i} = \max\{ans_{ind_{i-1}}, t2_{ind_i}\} + b_{ind_i}, & i \geq 2 \\ ans_{ind_i} = t2_{ind_i} + b_{ind_i}, & i = 1 \end{cases}$$



В. «RGB»



Постановка задачі:

Дано t тестов.

- Каждый тест состоит из 3 чисел r , g и b — количество красных, зелёных и синих фишек.
- Известно, что мы можем увеличить одно число на 1.
- Нужно найти какое число увеличить, чтобы максимизировать функцию

$$A \cdot (r^2 + g^2 + b^2) + C \cdot \min\{r, g, b\}$$



В. «RGB»

Решение

- Переберём тройки $(r + 1; g; b)$, $(r; g + 1; b)$ и $(r; g; b + 1)$

Решение

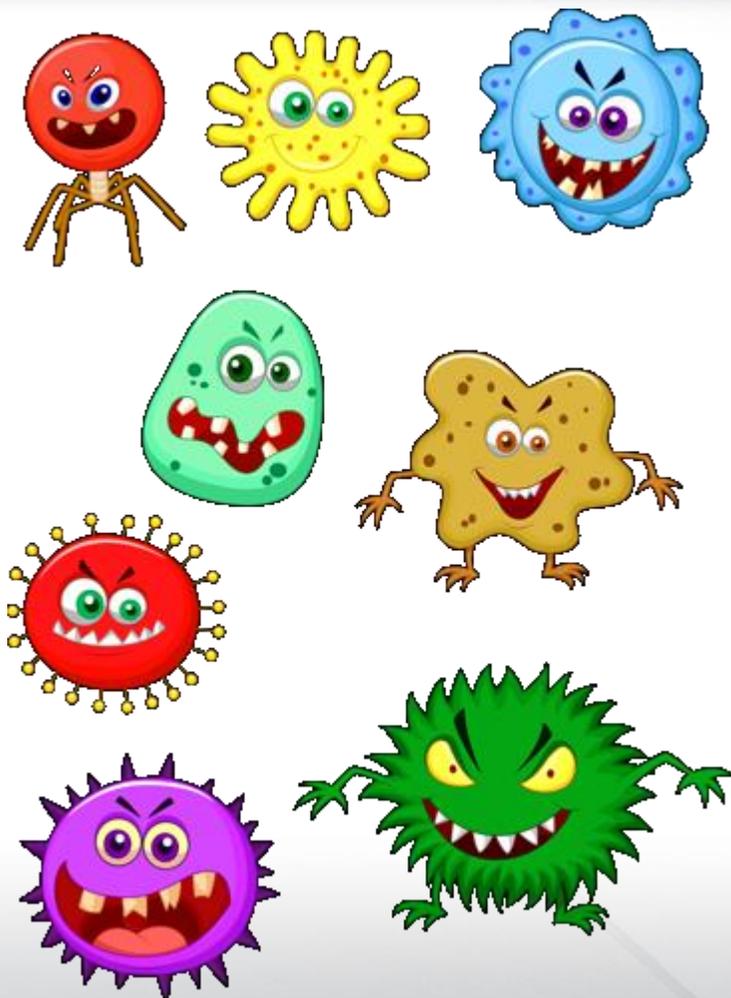
- Переберём тройки $(r + 1; g; b)$, $(r; g + 1; b)$ и $(r; g; b + 1)$
- Выберем среди них тройку, которая соответствует максимальному числу

Решение

- Переберём тройки $(r + 1; g; b)$, $(r; g + 1; b)$ и $(r; g; b + 1)$
- Выберем среди них тройку, которая соответствует максимальному числу
- Выведем ответ, который соответствует выбранной тройке



С. Бактерии



С. Бактерии

Входные данные:

- Есть n бактерий — возбудителей болезни и m различных тестов.
- Каждый тест проверяет наличие или отсутствие некоторых видов бактерий.
- Тест выдает положительный результат, если найден хотя бы один возбудитель.
- Необходимо выяснить про каждую бактерию, заражен ли ею человек.
- Дополнительное условие: данные тестов могут содержать ошибку.

С. Бактерии

Общие соображения:

- Если результат теста отрицательный, то человек не может быть заражен ни одним из возбудителей, указанных в тесте.

С. Бактерии

Общие соображения:

- Если результат теста отрицательный, то человек не может быть заражен ни одним из возбудителей, указанных в тесте.
- Если тест проверяет ровно одну бактерию и результат теста положителен, данный возбудитель точно является причиной болезни.

С. Бактерии

Решение

- Найдем все бактерии, которые точно не являются причиной болезни.

С. Бактерии

Решение

- Найдем все бактерии, которые точно не являются причиной болезни.
- Выкинем из тестов с положительным результатом проверку на этих возбудителей.

С. Бактерии

Решение

- Найдем все бактерии, которые точно не являются причиной болезни.
- Выкинем из тестов с положительным результатом проверку на этих возбудителей.
- Если в тесте осталась ровно одна бактерия — она точно является причиной заболевания
- Если тест больше не проверяет ни одну бактерию, входные данные противоречивы.

D. Загадочное уравнение

Общее уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x, y, z, t) \cdot \Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \begin{array}{l} \text{оператор} \\ \text{Лапласа;} \end{array}$$

$U(x, y, z, t)$ — потенциальная функция частицы.

$\Psi(x, y, z, t)$ — волновая функция частицы.



ШРЁДИНГЕР, ЭРВИН австрийский физик. Нобелевская премия по физике 1933 (с **П.Дираком**).



D. Загадочное уравнение

Постановка задачи:

- Дано уравнение $x + y + xy = n$.
- Найти количество пар целых неотрицательных чисел x и y , которые являются решениями этого уравнения.

D. Загадочное уравнение

Перебор всех решений:

- Заметим, что многочлен $x + y + xy$ симметричен относительно своих переменных.
- Это значит, что если какая то пара $x = a$ и $y = b$ является решением уравнения, то пара $x = b$ и $y = a$ также является решением данного уравнения.

D. Загадочное уравнение

Перебор всех решений:

- Заметим, что многочлен $x + y + xy$ симметричен относительно своих переменных.
- Это значит, что если какая то пара $x = a$ и $y = b$ является решением уравнения, то пара $x = b$ и $y = a$ также является решением данного уравнения.
- Тогда, подобно алгоритму проверки числа на простоту, переберем все x не превосходящие \sqrt{n} .
- Для каждого x восстановим y и, если оно целое, добавим пары $(x; y)$ и $(y; x)$ в ответ.
- Не забудем, что если $x = y$, то нужно добавить только одну пару.

D. Загадочное уравнение

Раскладываем на множители

- $n = x + y + xy \Rightarrow n + 1 = 1 + x + y + xy = (x + 1)(y + 1)$.
- Нужно просто разложить $n + 1$ на множители.



Е. Старый парк



Е. Старый парк

Постановка задачи:

- Дано поле $n \times m$ с препятствиями.
- Нужно вычислить количество путей из одной точки в другую, которые отличаются по длине от кратчайшего на два.

Е. Старый парк

- Запустим BFS из стартовой точки. Пусть ответ будет храниться в массиве *cnt*.
- Длины кратчайших путей будем хранить в массиве *d*.
- Пусть на очередном шаге вытащили вершину *v*.

Е. Старый парк

- Запустим BFS из стартовой точки. Пусть ответ будет храниться в массиве cnt .
- Длины кратчайших путей будем хранить в массиве d .
- Пусть на очередном шаге вытащили вершину v .
- Пробегаем по всем её соседям. Пусть рассматриваем сейчас соседа u .
- Если расстояние до u больше чем расстояние до v , то $cnt[u] = (cnt[u] + cnt[v]) \bmod 10^9 + 9$.

Е. Старый парк

Подправим алгоритм:

- Добавляем для вершины v вершину v' , в которой будут заканчиваться пути длиннее кратчайшего на 2.

Е. Старый парк

Подправим алгоритм:

- Добавляем для вершины v вершину v' , в которой будут заканчиваться пути длиннее кратчайшего на 2.
- Добавим ребро из v в u' , если было ребро из v в u и $d[v] = d[u] + 1$.
- Таким образом, применяя алгоритм для количества кратчайших путей, мы находим ответ.



Г. Циклические палиндромы

**Он дивен, палиндром,
и ни морд, ни лап не видно...**

Кирилл Решетников

TOO HOT TO HOOT

Hey—that's a
palindrome!



Г. Циклические палиндромы

- Вам задано слово, состоящее не более чем из 100 букв латинского алфавита.
- Требуется проверить, можно ли его разбить на два слова так, чтобы после их перестановки и «склейки», полученное слово стало палиндромом, т.е. читалось одинаково, как сначала, так и с конца.

Г. Циклические палиндромы

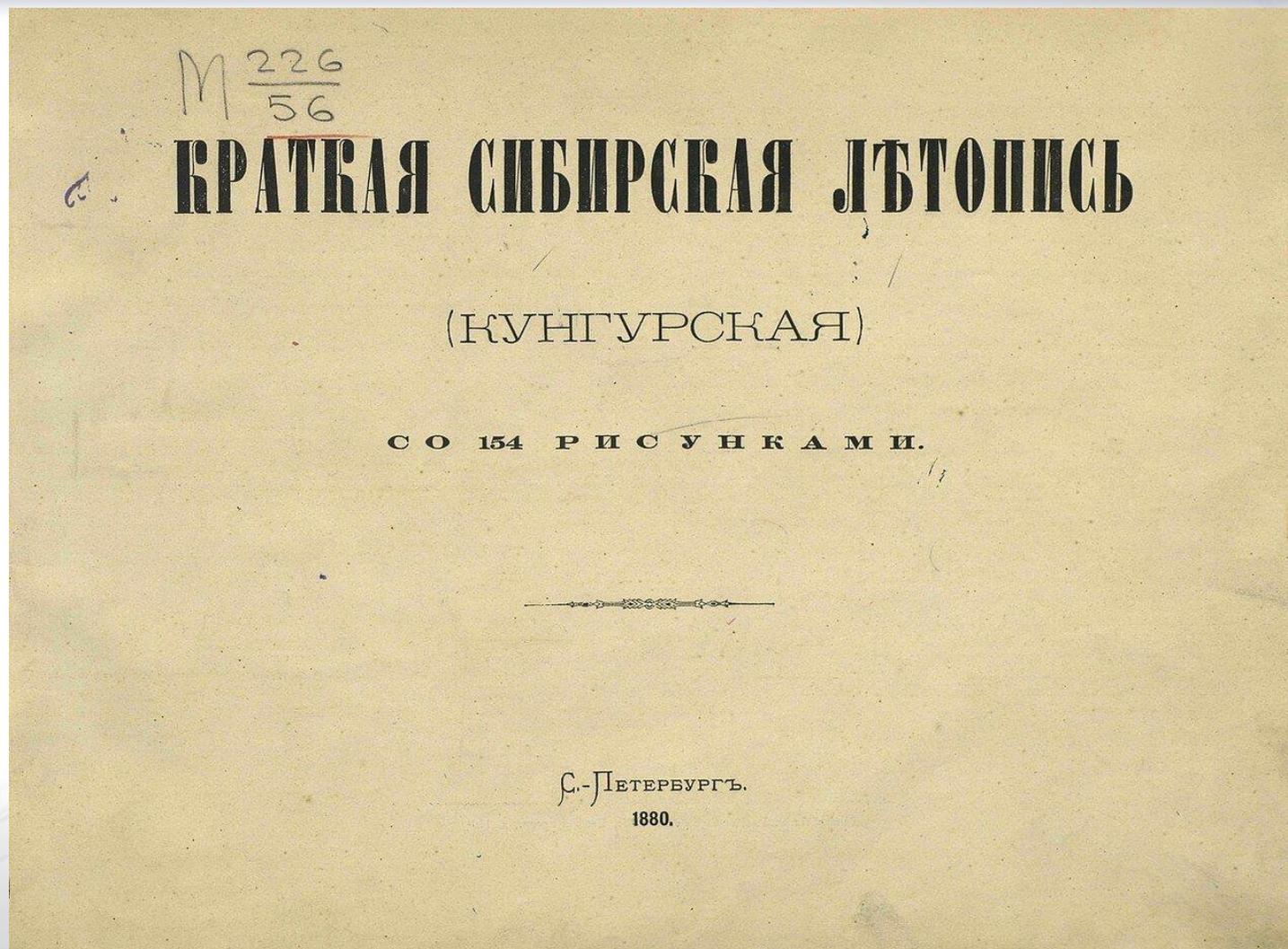
Решение:

- Установленные ограничения (строка длиной не более 100 символов + время = 1с), позволяют решить задачу «в лоб» – перебирая все возможные места разбиения.



НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
КОРАБЛЕБУДУВАННЯ
ІМЕНІ АДМІРАЛА МАКАРОВА

Г. Летопись



Постановка задачи

- Даны числа вида aa , bb и cc
- Вывести все различные перестановки этих чисел, соответствующие реальным датам



Как решать?

- Всего существует 6 перестановок из aa, bb и cc
- Каждую перестановку проверяем на соответствие реальной дате
- Сохраняем все и выкидываем одинаковые

Частные случаи:

- На самом деле перестановки не всегда бывают различными – 01/01/01
- Если получилась дата вида dd/mm/00, значит, эта дата соответствует 2100 - невисокосному году



Н. Номер страницы

How to Put Page Numbers in PDF Files



Постановка задачи

- Дана последовательность цифр длины n
- Надо разбить её на 2 части так, чтобы первое число было не больше второго, и оба не начинались с нуля



N. Номер страницы

- Будем последовательно перебирать место разбиения последовательности
- Если длина второй части уже короче, чем длина первой, то это разбиение нам уже не подходит
- Если длины частей равны, то нужно просто сравнить 2 длинных числа
- Если вторая часть “длиннее” и не начинается с 0 – то это разбиение нам подходит

N. Номер страницы

Частные случаи:

- Если длина строки 1, то ответ всегда 0
- Если строка начинается с 0, то ответ всегда 0
- Если второе число начинается на 0, то его считать не надо

I. Водонапорная башня



I. Водонапорная башня

Модификация задачи о Ханойской башне

- Изменение: со второго стержня мы можем переложить любое количество дисков сверху на какой-нибудь другой в том же порядке
- Надо найти минимальное количество действий для переноса с первого стержня на третий

I. Водонапорная башня

Идея решения:

- Будем считать динамику $dp[from][to][k]$ – минимальное число действий нужно сделать, чтобы перенести со стержня $from$ на стержень to ровно k дисков
- Если $from = 2$, то $dp[from][to][k] = 1$
- Иначе,
$$dp[from][to][k] = dp[from][mid][k - 1] + 1 + dp[mid][to][k - 1],$$
где mid – не to , и не $from$

I. Водонапорная башня

Доказательство:

- Нам обязательно надо $n-1$ диск перенести со стержня from, чтобы достать самый большой
- Стержень to перед переносом туда самого большого диска должен быть пустым
- Получается, что самый оптимальный способ перенести диски – перенести с from на mid ровно $n-1$ диск, перенести большой диск на стержень to, а потом опять перенести $n-1$ диск с mid на to



J. Картриджи



J. Картриджи

- Есть набор картриджей с параметрами: стоимость и количество страниц, которое может напечатать
- Найти минимальную сумму, которую нужно заплатить, чтобы мы могли распечатать ровно k страниц



J. Картриджи

Идея решения:

- Нам имеет смысл рассматривать не более 200 картриджей
- Картридж, у которого отношение стоимости к количеству напечатанных страниц максимально, имеет номер opt
- Картридж с максимальным количеством страниц имеет номер max

J. Картриджи

Идея решения:

- Нам имеет смысл рассматривать не более 200 картриджей
- Картридж, у которого отношение стоимости к количеству напечатанных страниц максимально, имеет номер opt
- Картридж с максимальным количеством страниц имеет номер max
- Выгодно брать картридж opt , до тех пор когда количество страниц не станет меньше $p_{max} * p_{opt}$
- А для количества страниц до $p_{max} * p_{opt}$ решим стандартную [задачу о рюкзаке](#)



Спасибо за внимание!
Вопросы?

