

РЕЛЯЦИОННАЯ АЛГЕБРА

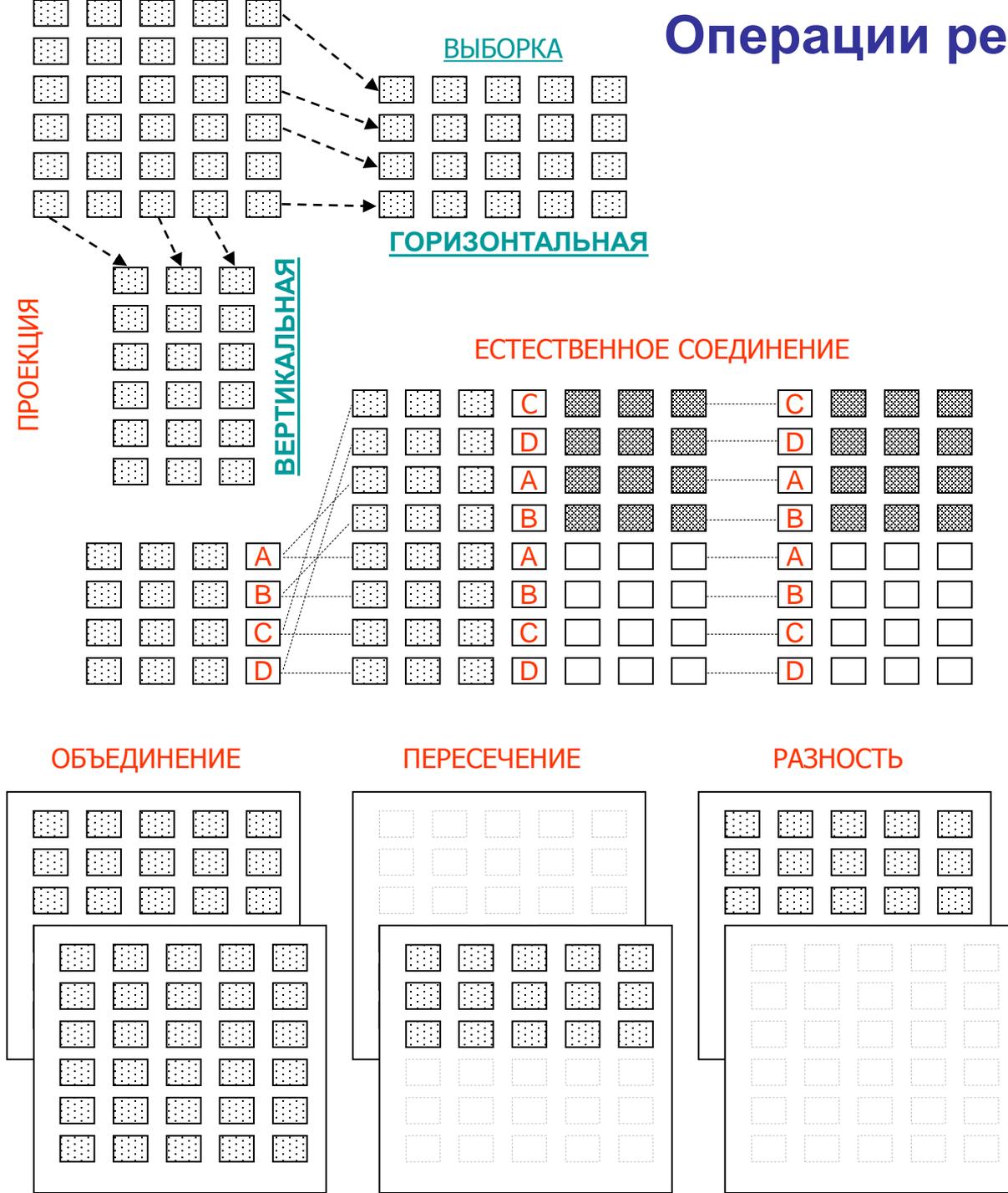
РЕЛЯЦИОННАЯ АЛГЕБРА

Реляционная алгебра – множество отношений с замкнутым на нем множеством операций над отношениями.



Операции реляционной алгебры

Каждая операция реляционной алгебры использует одну или несколько таблиц (отношений) в качестве ее операндов и получает в результате новую таблицу, т.е. позволяет "разрезать" или "склеивать" таблицы



Теоретико-множественные операции

Теоретико-множественные операции требуют совместимости их операндов

Два отношения R и S **совместимы (по объединению)**, если:

- R и S имеют одинаковую степень (арность), то есть одинаковое количество атрибутов.
- Домены соответствующих атрибутов должны быть совместимыми (1-й атрибут R определен на том же домене, что и 1-й атрибут S , и т.д.) .

Объединение двух отношений

Объединением двух отношений (операция логического «ИЛИ») называется отношение, содержащее множество кортежей, принадлежащих либо первому, либо второму исходным отношениям, либо обоим отношениям одновременно *без их дублирования*. Таблицы должны иметь одни и те же поля, или в выборе должны участвовать одни и те же поля исходных таблиц.

$$T(A) = R(A) \cup S(A) = \{t \mid t \in R \vee t \in S\}$$

Операция коммутативна, ассоциативна и дистрибутивна по отношению к пересечению.

Пример:

R	A	B	S	A	B	T = R ∪ S	A	B
	a ₁	b ₁		a ₁	b ₁		a ₁	b ₁
	a ₁	b ₂		a ₂	b ₁		a ₁	b ₂
	a ₂	b ₃					a ₂	b ₁
							a ₂	b ₃

Объединение двух отношений

Пример. Отношения R1 и R2 содержат перечни деталей, изготавливаемых соответственно на первом и втором участках цеха. Отношение R3 содержит общий перечень деталей, изготавливаемых в цехе.

R₁

Шифр	Название детали
11073	Гайка M1
11075	Гайка M2
11076	Гайка M3
11033	Болт M1
11006	Болт M3
13063	Шайба M1
13066	Шайба M3

R₂

Шифр	Название детали
11073	Гайка M1
11076	Гайка M3
11077	Гайка M4
11004	Болт M2
11006	Болт M3

$$R_3 = R_1 \cup R_2$$

R₃

Шифр	Название детали
11073	Гайка M1
11075	Гайка M2
11076	Гайка M3
11033	Болт M1
11006	Болт M3
13063	Шайба M1
13066	Шайба M3
11077	Гайка M4
11004	Болт M2

Оператор SQL:

```
SELECT * FROM R1 UNION SELECT * FROM R2;
```

Разность двух отношений

Разностью отношений R и S называется отношение, содержащее множество кортежей, принадлежащих R и не принадлежащих S. Операции объединения и пересечения являются **коммутативными**, т.е. результат этих операций не зависит от порядка следования аргументов в операции. Операция разности является **несимметричной**, т.е. результат операции будет различным для различного порядка аргументов.

$$T(A) = R(A) \setminus S(A) = \{t \mid t \in R \ \& \ t \notin S\}$$

Операция не коммутативна, не ассоциативна и не дистрибутивна по отношению к другим операциям.

Пример:

R	A	B	S	A	B	T = R - S	A	B
	a ₁	b ₁		a ₁	b ₁		a ₁	b ₂
	a ₁	b ₂		a ₂	b ₁		a ₂	b ₃
	a ₂	b ₃						

Примечание: В РА на используется теоретико-множественная операция дополнения!!!

Разность двух отношений

Пример. R5 содержит перечень деталей, изготавливаемых только на участке 1, отношение R6 – только на участке 2.

R₁

Шифр	Название детали
11073	Гайка М1
11075	Гайка М2
11076	Гайка М3
11033	Болт М1
11006	Болт М3
13063	Шайба М1
13066	Шайба М3

R₂

Шифр	Название детали
11073	Гайка М1
11076	Гайка М3
11077	Гайка М4
11004	Болт М2
11006	Болт М3

R₅

Шифр	Название детали
11075	Гайка М2
11033	Болт М1
13063	Шайба М1
13066	Шайба М3

R₆

Шифр	Название детали
11077	Гайка М4
11004	Болт М2

$$R_5 = R_1 \setminus R_2$$

$$R_6 = R_2 \setminus R_1$$

Оператор SQL:

SELECT <поле_1> **FROM** R1

WHERE <поле_1> **NOT IN** (SELECT <поле_1> **FROM** R2);

Пересечение двух отношений

Пересечением отношений (операция логического «И») называется отношение, которое содержит множество кортежей, принадлежащих одновременно и первому и второму отношениям.

$$T(A) = R(A) \cap S(A) = \{t \mid t \in R \ \& \ t \in S\}$$

Операция коммутативна, ассоциативна и дистрибутивна по отношению к объединению.

Пример:

R	A	B	S	A	B	T = R ∩ S	A	B
	a ₁	b ₁		a ₁	b ₁		a ₁	b ₁
	a ₁	b ₂		a ₂	b ₁			
	a ₂	b ₃						

Пересечение выражается через разность: $R \cap S = R - (R - S)$

Пересечение двух отношений

Пример. В отношении R4 содержится перечень деталей, которые выпускаются одновременно на двух участках цеха.

R₁

Шифр	Название детали
11073	Гайка M1
11075	Гайка M2
11076	Гайка M3
11033	Болт M1
11006	Болт M3
13063	Шайба M1
13066	Шайба M3

R₂

Шифр	Название детали
11073	Гайка M1
11076	Гайка M3
11077	Гайка M4
11004	Болт M2
11006	Болт M3

R₄

Шифр	Название детали
11073	Гайка M1
11076	Гайка M3
11006	Болт M3

$$R_4 = R_1 \cap R_2$$

Оператор SQL:

```
SELECT <поле> FROM R1 WHERE <поле> IN (SELECT <поле> FROM R2);
```

Расширенное декартово произведение

Сцепление наборов атрибутов отношений друг с другом, **все возможные комбинации** между элементами отдельных множеств или **сцепление** кортежей таким образом, что результирующий кортеж получается добавлением значений второго кортежа в конец первого кортежа **во всех возможных вариантах**.

$$T(A,B) = R(A) \times S(B) = \{(t1,t2) \mid t1 \in R \ \& \ t2 \in S\}$$

Операция коммутативна, ассоциативна и дистрибутивна по отношению к объединению и пересечению.

Пример:

R	A	B	S	C	D	T = R x S	A	B	C	D
	a ₁	b ₁		c ₅	d ₃		a ₁	b ₁	c ₅	d ₃
	a ₁	b ₂		c ₄	d ₇		a ₁	b ₁	c ₄	d ₇
	a ₂	b ₃					a ₁	b ₂	c ₅	d ₃
							a ₁	b ₂	c ₄	d ₇
							a ₂	b ₃	c ₅	d ₃
							a ₂	b ₃	c ₄	d ₇

Расширенное декартово произведение

Пример. Пусть существует отношение **R7**, содержащее обязательную номенклатуру деталей для всех цехов, и отношение **R8**, содержащее перечень всех цехов. Получить отношение, в котором была бы отражена ситуация, когда каждый цех изготавливает **все** детали (таблицы R7 и R8 не связаны между собой)

Оператор SQL:
SELECT
<поле_1>,
<поле_2> FROM
R7, R8

R₇

Шифр детали	Название детали
11073	Гайка М1
11075	Гайка М2
11076	Гайка М3
11003	Болт М1
11006	Болт М3

R₈

Цех
Цех 1
Цех 2
Цех 3

$$R_9 = R_7 \otimes R_8$$

R₉

Шифр детали	Название детали	Цех
11073	Гайка М1	Цех 1
11075	Гайка М2	Цех 1
11076	Гайка М3	Цех 1
11003	Болт М1	Цех 1
11006	Болт М3	Цех 1
11073	Гайка М1	Цех 2
11075	Гайка М2	Цех 2
11076	Гайка М3	Цех 2
11003	Болт М1	Цех 2
11006	Болт М3	Цех 2
11073	Гайка М1	Цех 3
11075	Гайка М2	Цех 3
11076	Гайка М3	Цех 3
11003	Болт М1	Цех 3
11006	Болт М3	Цех 3

Специальные операции реляционной алгебры (ч.1)

Горизонтальной проекцией (фильтрацией или выборкой) называют выбор тех кортежей исходного отношения, которые удовлетворяют некоторому условию.

$$T(A) = R[M \theta N] = \{t \mid t \in R \ \& \ t[M \theta N]\}$$

Один из наборов атрибутов M или N может быть константой.

Пример:

R	A	B	R[A=a1]	A	B
	a ₁	b ₁		a ₁	b ₁
	a ₁	b ₂		a ₁	b ₂
	a ₂	b ₃			

Операция также имеет следующую нотацию: $\sigma_{M \theta N}(R)$

Специальные операции реляционной алгебры (ч.1)

Например, выбрать из **R10** детали с шифром «**11003**» ($R_{13} = R_{10}$ [Шифр детали = «11003»]).

Шифр детали	Название детали	Цех
11073	Гайка M1	Цех 1
11075	Гайка M2	Цех 1
11003	Болт M1	Цех 1
11006	Болт M3	Цех 1
11073	Гайка M1	Цех 2
11075	Гайка M2	Цех 2
11076	Гайка M3	Цех 3
11003	Болт M1	Цех 3
11006	Болт M3	Цех 3

Шифр детали	Название детали	Цех
11003	Болт M1	Цех 1
11003	Болт M1	Цех 3

Оператор SQL:

SELECT * FROM R10 WHERE <поле>=значение

Специальные операции реляционной алгебры (ч.2)

Вертикальной проекцией отношения R на набор атрибутов V ($R[V]$) называется отношение, содержащее кортежи, получаемые из исходного отношения R путем удаления из них значений, не принадлежащих атрибутам из набора V .

Проекция обозначается так: $R[V]$ или $\pi_V(R)$

$$S(V) = R[V] = \{t \mid t[V] \ \& \ t \in R\}$$

Пример:

R	A	B	C	R[A, C]	A	C
	a ₁	b ₁	c ₁		a ₁	c ₁
	a ₁	b ₂	c ₁		a ₂	c ₁
	a ₂	b ₃	c ₁		a ₂	c ₂
	a ₂	b ₄	c ₂			

Примечание: Дубликаты строк удаляются

Специальные операции реляционной алгебры (ч.2)

Пример. Выбрать цеха, изготавливающие деталь «Болт М1». Для этого необходимо из отношения **R10** с номенклатурой по цехам, выбрать детали с заданным названием и полученное значение спроецировать на столбец «Цех».

$R_{13} = R_{10} [\text{Название детали} = \text{«Болт М1»}]$, $R_{14} = R_{13} [\text{Цех}]$

Шифр детали	Название детали	Цех
11073	Гайка М1	Цех 1
11075	Гайка М2	Цех 1
11003	Болт М1	Цех 1
11006	Болт М3	Цех 1
11073	Гайка М1	Цех 2
11075	Гайка М2	Цех 2
11076	Гайка М3	Цех 3
11003	Болт М1	Цех 3
11006	Болт М3	Цех 3

Шифр детали	Название детали	Цех
11003	Болт М1	Цех 1
11003	Болт М1	Цех 3

Цех
Цех 1
Цех 3

Оператор SQL:

SELECT <поле_1> FROM R10 WHERE <поле_1>=значение

Операция соединения

Пусть M и N – наборы θ -сравнимых атрибутов. **Соединением** отношения R со схемой $R(A, M)$ с отношением S со схемой $S(N, B)$ (A, B, M, N – множества атрибутов) по условию $M \theta N$, обозначаемое $R[M \theta N]S$, называется такое отношение T со схемой $T(A, M, N, B)$, кортежи которого получаются соединением тех кортежей отношений R и S , на которых выполняется условие $M \theta N$.

$$T = R[M \theta N]S = \{(t_1, t_2) \mid t_1 \in R \wedge t_2 \in S \wedge t_1[M] \theta t_2[N]\}$$

Операция коммутативна и ассоциативна

Пример:

R	A	M	S	N	B	R [M=N]S	A	M	N	B
	a ₁	n ₁		n ₁	b ₂		a ₁	n ₁	n ₁	b ₂
	a ₂	n ₁		n ₃	b ₄		a ₂	n ₁	n ₁	b ₂
	a ₂	n ₃		n ₃	b ₅		a ₂	n ₃	n ₃	b ₄
							a ₂	n ₃	n ₃	b ₅

Специальные операции реляционной алгебры (ч.3)

Эквисоединение и естественное соединение

Эквисоединение – это соединение по условию равенства атрибутов.

Естественное соединение – соединение по условию равенства совпадающих по именам атрибутов с удалением из результата одного из совпадающих наборов атрибутов.

Операция естественного соединения обозначается символом * (например, $R*S$).

Пример:

R				S			R[B,C=B,C]S						R*S					
A	B	C		B	C	D		A	B	C	B	C	D		A	B	C	D
a ₁	b ₁	c ₂		b ₁	c ₂	d ₇		a ₁	b ₁	c ₂	b ₁	c ₂	d ₇		a ₁	b ₁	c ₂	d ₇
a ₂	b ₁	c ₃		b ₃	c ₅	d ₄		a ₂	b ₃	c ₅	b ₃	c ₅	d ₄		a ₂	b ₃	c ₅	d ₄
a ₂	b ₃	c ₅		b ₃	c ₅	d ₂		a ₂	b ₃	c ₅	b ₃	c ₅	d ₂		a ₂	b ₃	c ₅	d ₂

Специальные операции реляционной алгебры (ч.2)

Пример. Схема отношения **R10** = {Шифр детали, Название детали, Цех}.
Схема отношения **R15** = {Шифр детали, Название детали, Название материала}.
Определить перечень деталей, которые изготавливаются в цехе «**Цех 1**» из материала «**сталь-ст1**» (таблицы R10 и R15 связаны по полю *Шифр детали*).

Оператор SQL:

```
SELECT * FROM R10,R15 WHERE R10.<поле_3> =значение_1  
AND R15.<поле_3> =значение_2
```

R₁₀

Шифр детали	Название детали	Цех
11073	Гайка М1	Цех 1
11075	Гайка М2	Цех 1
11003	Болт М1	Цех 1
11006	Болт М3	Цех 1
11073	Гайка М1	Цех 2
11075	Гайка М2	Цех 2
11076	Гайка М3	Цех 3
11003	Болт М1	Цех 3
11006	Болт М3	Цех 3

R₁₅

Шифр детали	Название детали	Название материала
11073	Гайка М1	сталь-ст1
11075	Гайка М2	сталь-ст2
11076	Гайка М3	сталь-ст1
11003	Болт М1	сталь-ст3
11006	Болт М3	сталь-ст3

R₁₈

Шифр детали	Название детали	Название материала	Цех
11073	Гайка М1	сталь-ст1	Цех 1

Специальные операции реляционной алгебры (ч.4)

Образ кортежа

Образом реляционного отношения $R(M,N)$ относительно кортежа $t_1 \in R[M]$, изображаемым как $I_{t_1}(R)$, называется такое множество кортежей $t_2 \in R[N]$, для которых соединение кортежей (t_1, t_2) принадлежит отношению R .

$$I_{t_1 \in R[M]}(R) = \{(t_2) \mid t_2 \in R[N] \wedge (t_1, t_2) \in R\}$$

Примеры:

R			$I_{a_1 \in R[A]}(R)$		$I_{a_2 \in R[A]}(R)$		$I_{(a_1, b_1) \in R[A, B]}(R)$		$I_{c_2 \in R[C]}(R)$	
A	B	C	B	C	B	C	C	A	B	
a ₁	b ₁	c ₁	b ₁	c ₁	b ₁	c ₄	c ₁	a ₁	b ₁	
a ₁	b ₁	c ₂	b ₁	c ₂			c ₂	a ₁	b ₃	
a ₁	b ₃	c ₂	b ₃	c ₂						
a ₂	b ₁	c ₄								

Операция деления

Делением отношения $R(M,N)$ на отношение $S(K,L)$ по наборам атрибутов N и K , которые являются совместимыми (обозначается $R[N \div K]S$), называется операция, результатом которой является отношение $T(M)$, состоящее из таких кортежей $t \in R[M]$, образы которых $I_t(R)$ содержат все кортежи проекции $S[K]$.

$$T(M) = R[N \div K]S = \{t \mid t \in R[M] \ \& \ I_t(R) \supseteq S[K]\}$$

