**Алгоритм проверки выводимости правильного построенного умозаключения Вонга (Wong, 1960, США)** (1960 г. Гарвард).

Выводимость $P$ из $S$ означает, что из множества посылок

$P=(P_1, P_2, ..., P_n) \vdash S=(S_1, S_2, ..., S_m)$ множество следствий.

Это соответствует логической формуле $P \to S$ или более детально

$((P \to S_1) \vee (P \to S_2) \vee ... \vee (P \to S_m))$, где $P=(P_1 \,\&\, P_2 \&,...,\& P_n)$.

Правильно построенному рассуждению (умозаключению) $\dfrac{P}{S}$ должна соответствовать тавтология $P \to S \equiv u$.

Каждая $P_i \in P$ и $S_j \in S$ суть ППФ, построенная из связок $\&, \vee, \rceil, \to$.

$(P_1, P_2, ..., P_i, ..., P_n) \vdash (S_1, S_2, ..., S_j, ..., S_m)$ называется строкой Вонга.

Правила обработки строки Вонга, приводящие к доказательству выводимости $P \vdash S$ таковы, что каждое правило суть логический закон и является тождественно истинным преобразованием.

Пусть дана строка Вонга

$(P_1, P_2, ..., P_i, ..., P_n) \vdash (S_1, S_2, ..., S_j, ..., S_m)$

левая часть строки — правая часть строки

1) **Замена импликации** в строке на ДНФ: $A \to B \equiv \overline{A} \vee B$.

В $P_i$ и $S_j$, там, где встречается знак «$\to$».

$P=...(A \to B)... \vdash S = ...(C \to D)...$ строка с «$\to$»

$P=...(\overline{A} \to B)... \vdash S=...(\overline{C} \vee D)...$ строка ДНФ

2) **Избавление от знака отрицания** «$\rceil$» переносом из одной части строки в другую.

а) $P=(...\overline{A}...) \vdash S$, добавление к правой части.

$P=(...\phi...) \vdash S, A$ редуцированная строка Вонга.

б) $P \vdash\ S = \left(\ldots\bar{A}\ldots\right)$ добавление к левой части

$P, A \vdash\ S = \left(\ldots\phi\ldots\right)$ редуцированная строка Вонга.

**Перенос любой переменной** в левую (правую) часть строки всегда вызывает её «отрицание».

Пример: Избавление от знака отрицания.

а) Строка Вонга $[(\bar{A}, B) \vdash (C)]$ редуцируется в строку

$[(B) \vdash (A,\ C)]$ $(\bar{A}, B) \vdash (C)$ – строка Вонга интерпретируется как логическая формула $[(\bar{A}\cdot B)\to C]$. Редуцированная строка Вонга $[\,(B)\vdash(A, C)\,]$ и соответствующая формула $[B\to(A\vee C)]$.

Правило редуцирования строки Вона является тождественно истинным преобразованием. Доказательство тождественности двух выражений.

$$[(\bar{A}\cdot B)\to C]\equiv[B\to(A\vee C)]:(\bar{A}\cdot B)\to C=\overline{\bar{A}\cdot B}\vee C=A\vee\bar{B}\vee C;$$

$$B\to(A\vee C)=\bar{B}\vee A\vee C$$

Таким образом, если из $(\bar{A}, B)$ выводима $C$, то из $B$ выводима $(A, C)$

б) $[A\vdash(\bar{B}, C)]$ редуцируется в $[A, B\vdash\ C]$ и соответственно

$$A\to(\bar{B}\vee C)=\ \ =\bar{A}\vee\bar{B}\vee C;\ \ (A\cdot B)\to C=(\overline{A\cdot B})\vee C=\bar{A}\vee\bar{B}\vee C$$

3) **Расщепление на строки** (левой и правой части строки Вонга).

а) $P=(P_1, P_2, \ldots, (A\vee B), \ldots, P_n)\ \vdash\ S$ ; расщепление левой части

$$P_1=(P_1, P_2, \ldots, A, \ldots, P_n)\ \vdash S;\ P_2=\left(P_1, P_2, \ldots, B, \ldots, P_n\right)\vdash S$$

б) $P\ \vdash\ (S_1, S_2, \ldots, A\cdot B, \ldots, S_m)$; расщепление правой части

$$P\ \vdash\ (S_1, S_2, \ldots, A, \ldots, S_m);\ P\ \vdash\ (S_1, S_2, \ldots, B, \ldots, S_m)$$

Выводимость (тавтология, тождественная истинность каждой строки должна быть доказана).

Пример: а) $[(A \vee B) \vdash (C)]$; расщепление – $[(A) \vdash (C)]$ и $[(B) \vdash (C)]$; $[(A \vee B) \to C] \equiv [A \to C] \& [B \to C]$; $\left[(A \vee B) \to C\right] =$ $= [\overline{(A \vee B)} \vee C] = [\overline{A} \cdot \overline{B} \vee C]; ([A \to C] \& [B \to C]) = [\overline{A} \vee C] \& [\overline{B} \vee C] =$ $= (\overline{A} \cdot \overline{B} \vee C\overline{B} \vee C\overline{A} \vee C) = (\overline{A} \cdot \overline{B} \vee C)$

**4) Замена логических связок** на «,» **(правило перечисления).**

Строка Вонга

$$P = (P_1, \ldots, (A \cdot B), \ldots, P_n) \vdash S = (S_1, \ldots, (C \vee D), \ldots, S_m)$$

редуцируется в строку

$$P = (P_1, \ldots, A, B, \ldots, P_n) \vdash S = (S_1, \ldots, C, D, \ldots, S_m)$$

**5) Критерий доказательства вывода.**

В результате освобождения строки Вонга от логических связок имеем

$P = (A_1, \ldots, A_i, \ldots, A_l) \vdash S = (B_1, \ldots, B_j, \ldots, B_r)$, т.е. строка Вонга имеет вид:

$P = \left(\textit{левый список переменных}\right) \vdash S = \left(\textit{правый список переменных}\right)$.

**Если в левом списке и правом списке найдутся одинаковые переменные, то из *P* выводимо *S* (*P* ⊢.*S*).**

На самом деле, по правилу 2) переноса переменной и «навешивания» на неё знака отрицания.

Строка $P = (\ldots, A_i, \ldots) \vdash S = (\ldots, B_j, \ldots)$ и $A_i \equiv B_j$, преобразованная по правилу 2) будет иметь вид

$P = (\ldots, \phi, \ldots) \vdash S = (\ldots, \overline{A}_i, B_j, \ldots)$ и далее при замене «,» на логическую связку «$\vee$» в $S = (B_1 \vee, \ldots, \vee \overline{A}_i \vee B_j, \vee, \ldots, \vee B_r)$, где $A_i \equiv B_j$ получаем, что $\overline{A}_i \vee A_i \equiv 1$ и поэтому $S \equiv 1$. Преобразовав строку $P \vdash S$ в соответствующую импликацию $P \to S$

и подставив $S \equiv 1$, получим $P \to 1 \equiv 1$. Таким образом доказана выводимость $S$ из $P$.